

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi x}{4}\right), & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - \frac{4\ln x}{x}, & x > 1 \end{cases}$

α) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι συνεχής στο 1, αλλά όχι παραγωγίσιμη στο 1.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι η  $f$  έχει ακριβώς δύο κρίσιμα σημεία στο διάστημα  $[0, +\infty)$ .

(Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από την γραφική παράσταση της  $f$ , τον άξονα  $x'x$ , τον άξονα  $y'y$  και την ευθεία με εξίσωση  $x = 1$ , είναι  $E = \frac{\ln 4}{\pi}$  τετραγωνικές μονάδες.

(Μονάδες 10)