

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το σύστημα: $(\Sigma): \begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x + \lambda y = \lambda \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α)

i. Αν $\lambda = -1$, να λύσετε το σύστημα.

(Μονάδες 2)

ii. Αν (x_0, y_0) είναι η λύση του συστήματος για $\lambda = -1$, να βρείτε γωνία $\theta \in [0, 2\pi)$ τέτοια ώστε $x_0 = \sigma\upsilon\nu\theta$ και $y_0 = \eta\mu\theta$.

(Μονάδες 4)

β) Αν $\lambda = 1$ και (x_1, y_1) είναι η αντίστοιχη λύση του συστήματος, να δείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε $x_1 = \sigma\upsilon\nu\omega$ και $y_1 = \eta\mu\omega$.

(Μονάδες 7)

γ) Αν γνωρίζουμε ότι το σύστημα (Σ) έχει μοναδική λύση την (x_2, y_2) με $x_2 = \sigma\upsilon\nu\varphi$ και

$$y_2 = \eta\mu\varphi, \varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right),$$

i. Να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{3}{5}$ και $\eta\mu\varphi = \frac{4}{5}$.

(Μονάδες 6)

ii. Να υπολογίσετε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 6)