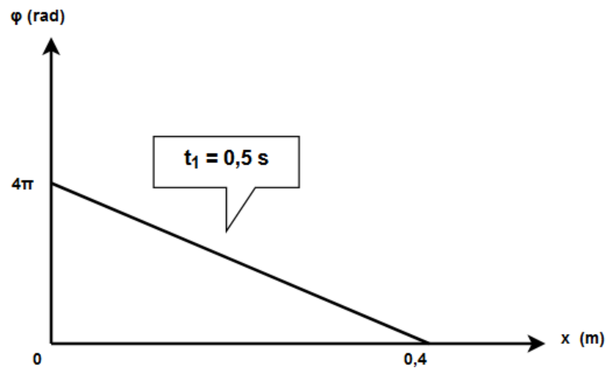
ΘΕΜΑ 4

4.1.



Με τη βοήθεια των πληροφοριών της γραφικής παράστασης της σχέσης:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

εάν θέσουμε $x = 0\,m$, $t_1 = 0{,}5\,s$, $\varphi = 4\pi\,rad$ προκύπτει ότι:

$$4\pi = 2\pi\left(\frac{0{,}5}{T} - \frac{0}{\lambda}\right) \text{ ή } 4\pi = 2\pi\left(\frac{0{,}5}{T}\right) \text{ ή } 4 = \frac{1}{T} \text{ ή } T = \frac{1}{4}\,s$$

Επίσης αν θέσουμε $x = 0{,}4\,m$, $t_1 = 0{,}5\,s$, $\varphi = 0$ προκύπτει ότι:

$$0 = 2\pi\left(\frac{0{,}5}{\frac{1}{4}} - \frac{0{,}4}{\lambda}\right) \text{ ή } 0 = 2\pi\left(2 - \frac{0{,}4}{\lambda}\right) \text{ ή } 2 = \frac{0{,}4}{\lambda} \text{ ή } \lambda = \frac{0{,}4}{2} \text{ ή } \lambda = 0{,}2\,m$$

Τελικά η εξίσωση του κύματος είναι:

$$\psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{\frac{1}{4}} - \frac{x}{0{,}2}\right) \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(4t - 5x) \quad (S.I)$$

Μονάδες 6

4.2. Επίσης αν θέσουμε $x = 0{,}4\,m$ και $t = 0{,}5625\,s$ στην παραπάνω εξίσωση του κύματος προκύπτει ότι η απομάκρυνση του εν λόγω σημείου του ελαστικού μέσου από τη θέση ισορροπίας του είναι:

$$\psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(4t - 5x)m \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(4\cdot 0{,}5625 - 5\cdot 0{,}4)m \text{ ή}$$

$$\psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi(2{,}25 - 2)m \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu 2\pi\left(\frac{1}{4}\right)m \text{ ή } \psi = 0{,}05\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right)m$$

$$\text{ή } \psi = 0{,}05\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Από τις εξισώσεις που περιγράφεται η ταχύτητα και η επιτάχυνση του υλικού σημείου στη θέση $x = 0{,}2\,m$ τη χρονική στιγμή $0{,}5\,s$ έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\mu\varepsilon\ \upsilon_{max} = \omega \cdot A = \frac{2\pi}{T} \cdot A = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} \cdot 0{,}05 \frac{m}{s} = 8 \cdot \pi \cdot 0{,}05 \frac{m}{s} = 0{,}4 \cdot \pi\ \frac{m}{s}$$

Εάν αντικαταστήσουμε:

$$\upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{0{,}5}{\frac{1}{4}} - \frac{0{,}2}{0{,}2}\right)\frac{m}{s} \text{ ή } \upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(2-1)\ \frac{m}{s} \text{ ή } \upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\ \frac{m}{s}$$

$$\text{ή } \upsilon = 0{,}4\pi\ \frac{m}{s}$$

Έχοντας ήδη υπολογίσει την φάση, για την επιτάχυνση έχουμε:

$$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ ή } \alpha = -\alpha_{max}\eta\mu 2\pi \text{ ή } \alpha = 0\ \frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος:

$$\lambda = \upsilon \cdot T \text{ ή } 0{,}2 = \upsilon \cdot \frac{1}{4} \text{ ή } \upsilon = 0{,}8\ \frac{m}{s}$$

Στη συνέχεια βρίσκουμε την απόσταση x_1 που έχει διαδοθεί το κύμα:

$$x_1 = \upsilon \cdot t_1 = 0{,}8 \cdot 0{,}3125m = 0{,}25\ m \text{ ή } x_1 = 0{,}25\ m$$

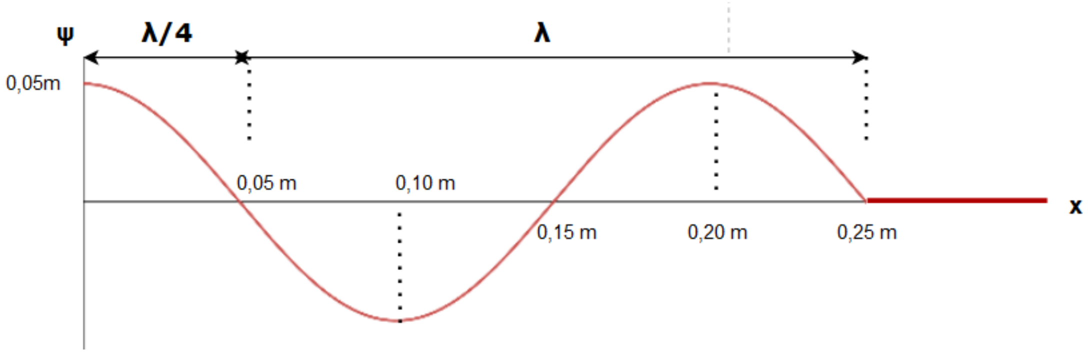
Αυτό σημαίνει ότι το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στην θέση x_1 ξεκινά να ταλαντώνεται την στιγμή $T + \frac{T}{4}$. Άρα όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου με $x > x_1$ είναι ακίνητα.

Μπορούμε εύκολα να σχεδιάσουμε τις απομακρύνσεις των σημείων με $x < x_1$ (που είναι ήδη σε ταλάντωση) εκφράζοντας το x_1 ως (υπο)πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.

Διαιρούμε το x_1 διά λ και βρίσκουμε το πηλίκο:

$$\frac{x_1}{\lambda} = \frac{0{,}25\ m}{0{,}2\ m} = 1{,}25 \text{ ή } x_1 = 1{,}25 \cdot \lambda \text{ ή } x_1 = \lambda + \frac{\lambda}{4}$$

Δηλαδή το κύμα έχει προλάβει να διαδοθεί σε απόσταση $\lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4}$. Για την κατασκευή του στιγμιότυπου θα ξεκινήσουμε από την θέση x_1 και θα κινηθούμε προς την αρχή (θέση της πηγής) για απόσταση $\lambda + \frac{\lambda}{4}$.



Μονάδες 7

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Παρατηρούμε ότι με τον τρόπο αυτό βρίσκουμε πως η πηγή διέρχεται από την θέση $\psi = A$, αποτέλεσμα που είναι συμβατό με το γεγονός ότι η ταλάντωσή της έχει διάρκεια $T + \frac{T}{4}$. Αυτή είναι μια μέθοδος γρήγορου ελέγχου της ορθότητας της γραφικής παράστασης στην οποία καταλήξαμε.