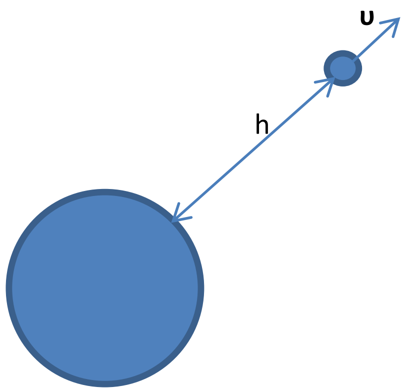
ΘΕΜΑ 4

4.1.



Η ταχύτητα υ του διαστημόπλοιου στο ύψος h είναι η ταχύτητα διαφυγής από το πεδίο βαρύτητας της Γης. Η ταχύτητα αυτή υπολογίζεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ των δύο θέσεων, του σημείου Α που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της γης και για το άπειρο(∞). Στο άπειρο φθάνει το σώμα με μηδενική ταχύτητα και αφού δεν υπάρχει βαρυτική αλληλεπίδραση με τη Γη (και με κανένα άλλο ουράνιο σώμα). Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης και σώματος είναι μηδέν. Έτσι έχουμε:

$$K_A + U_A = K_\infty + U_\infty \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{mM}{R+h}\right) = 0 + 0 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2g_0\frac{R^2}{(R+h)}} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{g_0 R} \text{ ή } \upsilon = 8 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Αφού ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση α η κίνηση θα είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Με τη βοήθεια των εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση αυτή θα έχουμε:

Για το ύψος $h = \frac{1}{2}at^2$ και την ταχύτητα στη θέση αυτή που δίνεται από τη σχέση $\upsilon = at$ βρίσκουμε ότι: $h = \frac{1}{2}\, a \left(\frac{\upsilon}{\alpha}\right)^2$ ή $h = \frac{1}{2}a\frac{\upsilon^2}{\alpha^2}$ ή $h = \frac{\upsilon^2}{2\alpha}$ ή $\alpha = \frac{\upsilon^2}{2h}$

και με αριθμητική αντικατάσταση υπολογίζουμε: $a = \frac{(8 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 6400 \cdot 10^3} = \frac{64 \cdot 10^6}{2 \cdot 64 \cdot 10^5}\frac{m}{s^2}$ ή $\alpha = 5\frac{m}{s^2}$.

Με αντικατάσταση στη σχέση $\upsilon = \alpha t$ βρίσκουμε $t = 1600s$.

Μονάδες 5

4.3. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου στο ύψος h = R υπολογίζεται ως εξής:

Η ελκτική δύναμη της βαρύτητας $F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau}$ παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau} = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho.} = \frac{m\upsilon^2}{(R+h)}$$

Η δύναμη της βαρύτητας $F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau}$ σύμφωνα με το νόμο της παγκόσμιας έλξης υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau} = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2}$$

Εάν εξισώσουμε τις παραπάνω σχέσεις θα υπολογίσουμε την ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου:

$$\frac{m\upsilon^2}{(R+h)} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2} \quad \text{ή} \quad \upsilon = \sqrt{\frac{g_{0\,R}}{2}} \;\text{ ή }\; \upsilon = \sqrt{\frac{10\cdot 6400\cdot 10^3}{2}\frac{m}{s}} \;\text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{32}\cdot\ 10^3\ \frac{m}{s} \;\text{ ή }\; \upsilon = 4\sqrt{2}\ \cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου που βρίσκεται σε ύψος $h = R$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\upsilon = \frac{2\pi(R+h)}{T} \;\text{ ή }\; T = \frac{2\pi(R+h)}{\upsilon} \text{ ή } T = \frac{4\pi R}{\upsilon} \;\text{ ή }\; T = \frac{4\pi\cdot 6400\cdot 10^3}{4\sqrt{2}\cdot 10^3} \text{ ή }\; T = 3200\sqrt{2}\pi\ s$$

Εάν συγκρίνουμε τον χρόνο που χρειάζεται να φθάσει ο πύραυλος στο ύψος $h = R$ ο οποίος είναι $t = 1600s$, με το χρόνο που χρειάζεται για την περιστροφή του ο δορυφόρος μέχρι να επιστρέψει στην ίδια ακριβώς θέση ο οποίος είναι $T = 3200\sqrt{2}\pi\ s$, βλέπουμε ότι είναι μικρότερος. Αυτό σημαίνει ότι δεν πρόκειται να συναντήσει τον δορυφόρο καθώς ανεβαίνει. Επομένως δεν υπάρχει πιθανότητα να συναντηθούν τα δύο σώματα.

Μονάδες 8